푸리에 모달 해석의 이론적 확장

Theoretical extension of Fourier modal analysis

김 휘,^{1,*} 조재범,² 김준수,² 이병호²

고려대학교 세종캠퍼스 전자및정보공학과

서울대학교 공과대학 전기공학부, 액티브 플라즈모닉스 창의 연구단

hwikim@korea.ac.kr

In this paper, our recent work on a theoretical extension of the Fourier modal method (FMM) is introduced. The conventional scheme of the FMM is limited to full vectorial electromagnetic analysis of static media. First, we propose a scalar FMM scheme for analysis of the scalar optical wave equation and second, present an extended scheme FMM scheme for electromagnetic fields propagating through time-varying permittivity media.

광파의 지배방정식인 맥스웰 방정식 (Maxwell's equations) 을 푸는 것은 광학연구에 있어 가장 기본이 되는 일이라고 할 수 있는데, 다양한 맥스웰 방정식의 방법론들이 연구되어 정립되어 있다. 이 중 맥스웰 방정식의 해를 푸리에 시리즈의 표현으로 구하는 방법론인 푸리에 모달 방법 (Fourier modal method ; FMM)은 지난 30년간 활발히 연구되어 다양한 현실 문제에 적용이 가능한 수준으로 확립되었다. 본 논문에서는 FMM의 두가지 이론적 확장에 대하여 논의한다.

일반적으로 광파 표현의 근사(approximation) 방법론에 따라, 고전 광학의 학문적 영역을 기하광학, 파동광학, 및 전자기 광학으로 나눈다. 전자기 광학이 가장 근본적이고 정확한 이론이긴 하지만, 연구 분야에 따라 기하광학과 파동광학의 이론이 더 적합한 이론인 경우가 많다. 이와 같은 관점에서 보면, 기하광학 및 파동광학의 영역에서 광파의 해석의 이론은 전자기 방법론과는 구별되어 발전되어야 한다. 파동광학은 스칼라 광파 방정식을 기반으로 구성되는데, 스칼라 광파 방정식을 푸는 방법론은 벡터 방정식의 해석론에 비해 상대적으로 덜 발달되어 있다. 일반적으로 Born approximation이나 Rytov series와 같은 적분 방정식 기반의 방법론들이 개발되어 있다. 본 논문에서는 스칼라 광파 방정식을 FMM 방법론을 적용하여, 임의의 inhomogeneous 굴절률 분포를 갖는 매질의 광파 해석을 위한 scalar FMM 방법론을 도출하였다.

최근 optomechanics와 acousto optics 분야를 통해 시변하는 광학적 구조와 광파의 상호작용에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 이론적으로 굴절률의 변조 주파수가 광파에 반응하는 수준으로 높아지면, 광학적 도플러 현상이 가시화되면서, photonic interband transition (PIT) 과 같은 흥미롭고 유용한 광학적 효과들이 발생하게 된다. 이와 같은 구조와 광파의 상호작용을 해석하기 위해 시변 FMM 방법론을 이론적으로 확장하였다.

스칼라 파동 방정식을 푸리에 변환하여 SFMM의 고유치방정식으로 변환하는 과정을 식 (1)에 나타내었다. 다층 구조의 경계에서 광파함수 U 와 U 의 광축방향으로의 1계 미분이 연속이어야 하는 경계조건을 통해 스칼라 S-matrix를 구할 수 있게 된다. 비주기적 구조를 해석하기 위해서는 computation domain의 경계에 무반사 absorption wall을 설치하여, 수치적으로 비주적인 구조를 시뮬레이션할 수 있도록 해야한다.

$$\nabla^2 U + k_0^2 \varepsilon(\mathbf{r}) U = 0 \rightarrow (\underline{K} - k_0^2 \underline{E}) \underline{U} = -(k_{z,0})^2 \underline{U} \tag{1}$$

이와 같은 SFMM을 구성하는 계산론적 요소들을 연구하였다.

시변 FMM에서 해석하고자 하는 시변구조의 맥스웰 방정식을 식(2a)에 나타내었고, 이를 푸리에 변환하여 얻게되는 시변 구조 FMM의 고유치 방정식을 식(2b)와 같이 얻게 된다.

$$\begin{cases} \nabla \times \tilde{\tilde{E}}(\omega) = j\omega\mu_0 \tilde{\tilde{H}}(\omega) \\ \nabla \times \tilde{\tilde{H}}(\omega) = -j\omega[\varepsilon_r \tilde{\tilde{E}}(\omega) + e^{iqz} \frac{\Delta\varepsilon}{2} \tilde{\tilde{E}}(\omega - \Omega) + e^{-iqz} \frac{\Delta\varepsilon}{2} \tilde{\tilde{E}}(\omega + \Omega)] \end{cases} \tag{2a}$$

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\tilde{E}}_y, \tilde{\tilde{H}}_y \\ \tilde{\tilde{E}}_x, \tilde{\tilde{H}}_x \end{pmatrix}(\omega_1) \\ \dots \\ \begin{pmatrix} \tilde{\tilde{E}}_y, \tilde{\tilde{H}}_y \\ \tilde{\tilde{E}}_x, \tilde{\tilde{H}}_x \end{pmatrix}(\omega_m) \\ \begin{pmatrix} \tilde{\tilde{E}}_y, \tilde{\tilde{H}}_y \\ \tilde{\tilde{E}}_x, \tilde{\tilde{H}}_x \end{pmatrix}(\omega_{m+1}) \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{} & () & 0 & 0 & 0 \\ () & \dots & () & 0 & 0 \\ 0 & () & \boxed{} & () & 0 \\ 0 & 0 & () & \boxed{} & () \\ 0 & 0 & 0 & () & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\tilde{H}}_y, \tilde{\tilde{E}}_y \\ \tilde{\tilde{H}}_x, \tilde{\tilde{E}}_x \end{pmatrix}(\omega_1) \\ \dots \\ \begin{pmatrix} \tilde{\tilde{H}}_y, \tilde{\tilde{E}}_y \\ \tilde{\tilde{H}}_x, \tilde{\tilde{E}}_x \end{pmatrix}(\omega_m) \\ \begin{pmatrix} \tilde{\tilde{H}}_y, \tilde{\tilde{E}}_y \\ \tilde{\tilde{H}}_x, \tilde{\tilde{E}}_x \end{pmatrix}(\omega_{m+1}) \\ \dots \end{pmatrix} \tag{2b}$$

시변 구조의 FMM 고유치 방정식에서는 식(2b)와 같이 동일한 주파수 성분의 커플링을 담당하는 diagonal 항들 이외에 서로 다른 주파수 성분들을 커플링하는 off-diagonal 항이 존재하게 된다.

본 논문에서는 구체적인 수치해석 결과와 광파해석 시뮬레이션 결과를 통해 도출된 이론의 타당성을 보이하고자 한다.

Acknowledgement

This work is supported by Basic Research Program through the National Research Foundation of Korea (NRF) funded by the Ministry of Education, Science, and Technology (2010-00220088).

[Reference]

1. H. Kim, J. Park, and B. Lee, Fourier Modal Method and Its Applications in Computational Nanophotonics, (CRC Press, New York, 2012).